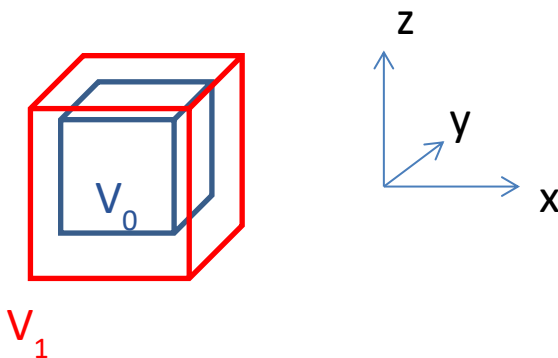


## Déformation – Série 2

### 1. Compressibilité élastique et conservation du volume



- 1) Montrer que  $\ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right) = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$
- 2) Pour de petites déformations, comment se simplifie cette expression ?
- 3) Comment exprimer une condition d'incompressibilité ? Est-elle valable pour les petites, grandes déformations ?
- 4) Comment exprimer que la déformation plastique est incompressible ?

### 2. Energie de déformation

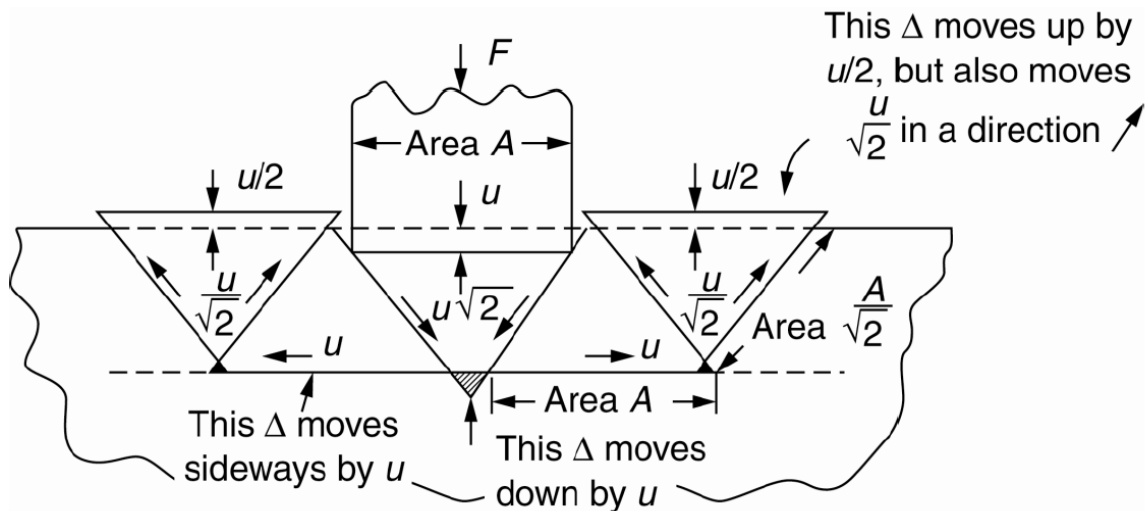
- Démontrer l'égalité énergétique suivante :

$$U = \int_0^{\varepsilon_n} \sigma_n d\varepsilon_n = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon$$

- En quoi cette égalité est-elle rassurante ?

### 3. Essai de dureté

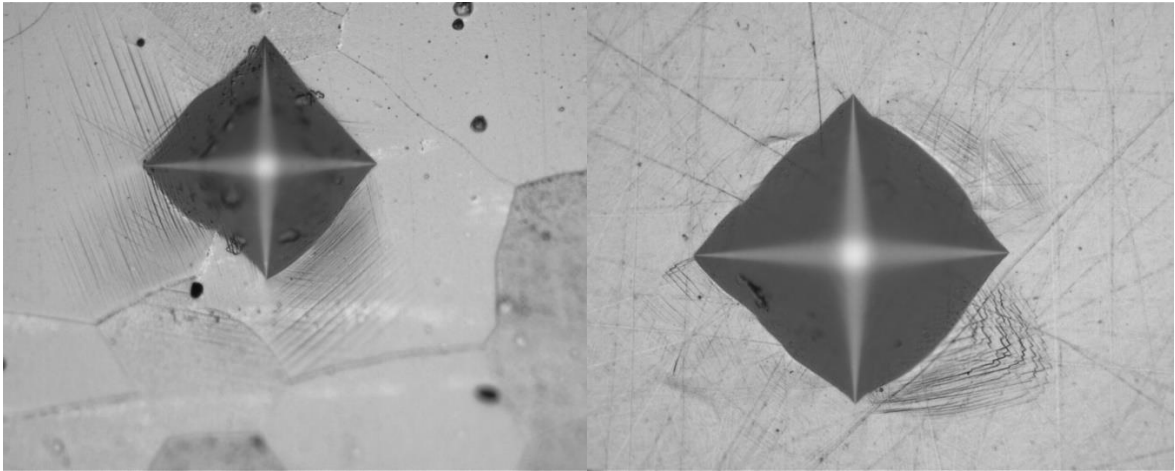
Cet exercice traite un cas 2D très simplifié avec un **indenteur plat**. La dureté est définie comme le rapport de la force appliquée sur la surface de l'empreinte.  $H = \frac{F}{A}$



- 1) Sous l'indenteur la matière est cisailée. Démontrer que le cisaillement est maximal sur les plans à  $45^\circ$ .
- 2) Le déplacement des dislocations va donc se faire principalement dans ce plan. Comment relier la limite d'élasticité et la contrainte de cisaillement critique  $\tau_c$  ?
- 3) L'indenteur s'enfonce d'une profondeur  $u$ . Le travail du cisaillement s'exprime par :  $W = \text{contrainte} \times \text{surface} \times \text{déplacement}$ .
  - a) Exprimer le travail du cisaillement juste sous l'indenteur.
  - b) Sur les côtés de l'indenteur, de la matière est déplacée horizontalement de la même grandeur  $u$  sur une surface  $A$ . Exprimer le travail de ce déplacement.
  - c) Le déplacement précédent provoque la montée du dernier « triangle de matière » d'une quantité  $u/2$  en hauteur. Calculer la dernière composante du travail dans la matière et exprimer le travail interne total.
- 4) Exprimer le travail de la force extérieure appliquée au système.
- 5) En égalisant le travail interne et externe, donner la relation entre la dureté du matériau et sa limite élastique.

La formule que vous avez trouvée est bien sûr une estimation. Cependant elle est très importante car elle donne une bonne idée de la limite élastique pour une grande partie des matériaux métalliques.

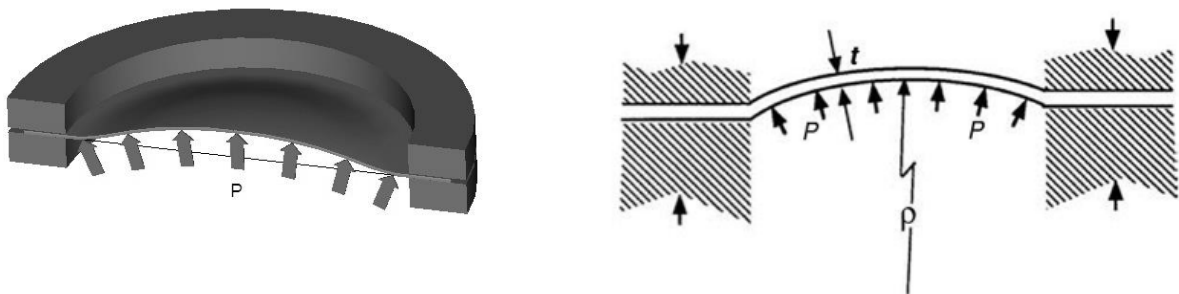
- 6) En revanche, si  $\sigma_y$  est exprimé en MPa, alors  $H$  est aussi exprimé en MPa. Habituellement, la dureté s'exprime en  $\text{Kgf/mm}^2$  (1  $\text{kgf}$ =la force d'un kilogramme sur terre). Donner l'équivalent de cette formule avec les unités usuelles pour chaque grandeur ( $H$  en  $\text{Kgf/mm}^2$  et  $\sigma$  en MPa).
- 7) Pour un matériau ductile, on observe souvent des stries autour de l'empreinte de l'indentation (indentation Vickers dans l'image ci-dessous). De quoi s'agit-il ?



#### 4. Essai de gonflage hydraulique

Soit un essai de gonflage hydraulique tel que représenté schématiquement ci-dessous.

La tôle mince testée lors de l'essai est d'épaisseur  $t$  constante. Lorsqu'elle est soumise à la pression constante  $P$ , la tôle se bombe formant un hémisphère de rayon  $\rho$ .



4.1 Quel est l'état de contrainte dans la tôle ?

4.2 Exprimer les contraintes dans la tôle en fonction des paramètres du problème.

#### 5. Essai de flexion

- Une poutre a une section rectangulaire de hauteur  $h$  et de largeur  $b$ . Montrer que son moment d'inertie géométrique vaut  $I = bh^3/12$

- La résistance de 2 céramiques, le carbure de silicium SiC et la silice fondue SiO<sub>2</sub>, a été mesurée sur un dispositif de flexion 3 points. Les forces appliquées ayant entraîné la rupture sont  $F_{SiC} = 1250$  N et  $F_{Silice} = 230$  N. Les éprouvettes sont rectangulaires ( $L = 80$  mm,  $b = 10$  mm et  $h = 5$  mm).

1. Quelle est la résistance en flexion de chacun de ces matériaux ?
2. Si l'essai avait été réalisé sur un dispositif 4 points ( $D = 20$  mm), quelles auraient été les forces mesurées à la rupture ?